

N° de lista	Cédula	Nombre y apellido	Salón

IMPORTANTE

- La duración del examen es de 3 horas y 30 minutos.
- El examen es individual, cualquier copia será denunciada en el Consejo de Facultad.
- Este examen consta de 6 ejercicios Verdadero o Falso, 4 ejercicios Múltiple Opción, y 1 ejercicio de Desarrollo.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- La comprensión de la letra de los ejercicios es parte de la prueba.
- Se recuerda que un grafo es simple si no tiene lazos ni aristas múltiples. Todos los grafos en esta prueba son simples.

Respuestas Verdadero o Falso: rellenar con V o F					
VF1	VF2	VF3	VF4	VF5	VF6
V	V	V	V	V	F

Correcta: 7 puntos. Incorrecta: -3 puntos.
Sin responder: 0 punto.

Respuestas Múltiple Opción: rellenar con A , B , C o D			
MO1	MO2	MO3	MO4
A	A	B	C

Correcta: 10 puntos. Incorrecta: -3 puntos.
Sin responder: 0 punto.

Verdadero o Falso

- Para todo entero $n \geq 6$ se cumple que $C_2^n \geq 2n$.
- Sean $A = \{7, 8, 9\}$ y $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Existen exactamente 64 conjuntos B que verifican $A \subseteq B \subseteq C$.
- Sea $(a_n)_{n \geq 0}$ una sucesión que verifica la recurrencia lineal $a_{n+2} - a_{n+1} - a_n = 0$, $\forall n \geq 0$. Si además $a_0 + a_1 = 0$ y $a_1 > 0$ entonces $a_n \geq 0$ para todo $n \geq 4$.
- La cantidad de relaciones de equivalencia en el conjunto $A = \{1, 2, \dots, n\}$ con exactamente 6 clases de equivalencia y tales que $\#[n] > 1$ es $6 \cdot S(n-1, 6)$; donde $S(n, m)$ denota el número de Stirling de segundo tipo.
- Existe un grafo conexo con 2025 vértices, 2025 aristas y que contiene un ciclo de largo 4.
- Existe un grafo plano conexo que tiene 7 vértices y 16 aristas.

Sugerencia: usar la fórmula recursiva para calcular números de Stirling de segunda especie $S(n, -)$ en función de $S(n-1, -)$.

Múltiple Opción

- La cantidad de palabras que pueden formarse permutando las letras de la palabra NAVIDAD tales que no tenga dos vocales ni dos consonantes consecutivas es:
A) 36; C) 5040;
B) 1260; D) 10080.
- La cantidad de relaciones R en el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$ que son simultáneamente irreflexivas y simétricas y además verifican $(1, 2) \in R$ y $(1, 3) \notin R$, es:
A) 16; C) 64;
B) 32; D) 128.
- Consideremos el grafo $G = (V, E)$ con $V = \{1, 2, \dots, 8, 9\}$ y $\{v, w\} \in E$ si y solo si $|v - w| = 2$ o $|v - w| = 3$ (por ejemplo, la arista $\{4, 7\} \in E$ puesto que $|4 - 7| = 3$). Indicar cuál de las siguientes opciones es correcta.
A) El grafo admite recorrido euleriano y también ciclo hamiltoniano. C) El grafo no admite recorrido euleriano pero sí ciclo hamiltoniano.
B) El grafo admite recorrido euleriano pero no admite ciclo hamiltoniano. D) El grafo no admite ni recorrido euleriano ni ciclo hamiltoniano.
- El grafo W_8 (grafo rueda de 8 rayos) es un grafo con 9 vértices v_0, v_1, \dots, v_8 y 16 aristas, tal que v_0 es adyacente a todos los demás vértices y $v_1, v_2, \dots, v_8, v_1$ forman un ciclo. El circuito de longitud máxima en W_8 tiene longitud:
A) 8; C) 12;
B) 9; D) 16.

Sugerencia: considerar los vértices de grado 2 de G .

Recordar que una relación en A es irreflexiva si $(i, i) \notin R$, para todo $i = 1, 2, 3, 4$.

Ejercicio de desarrollo (escriba su respuesta en la parte de atrás de esta hoja)

- (3 puntos) Dar la definición de **árbol** y la definición de **hoja** de un árbol.
- (15 puntos) Sea $d \geq 2$ un entero positivo dado. Probar que si un árbol tiene un vértice de grado d entonces tiene al menos d hojas.

Escriba su desarrollo dentro de este cuadro: